T70/059 Thèse

RAPPORT PRESENTE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME D'ETUDES APPROFONDIES DE PHYSIQUE THEORIQUE, ATOMIQUE ET NUCLEAIRE

AMPLITUDE SPIN-SPIN DANS LA DIFFUSION DES NEUTRONS THERMIQUES SUR LE FLUOR¹⁹

J.M. NORMAND

Service de Physique Théorique Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay BP n 2 - 91, Gif-sur-Yvette France

REMERCIEMENTS

I - INTRODUCTION

I.1 - Généralités

I.2 - Définition des amplitudes spin-spin

II - CALCUL MICROSCOPIQUE

II.1 - Position du problème, équation de Schroedinger

II.11 - Hypothèses du problème traité

II.12 - Equation de Schroedinger

II.121 - Isolement de l'interaction du F¹⁹ avec le neutron projectile II.122 - Séparation du coeur 0¹⁶ de la couche externe II.123 - Equation de Schroedinger radiale

II.2 - Calcul des potentiels

II.21 - Partie radiale des éléments de matrice à 2 corps

II.211 - Interaction à 2 corps
II.212 - Facteurs radiaux

II.22 - Partie géométrique du calcul des potentiels pour le coeur

II.221 - Décomposition en une somme d'éléments de matrice à 2 corps

II.222 - Géométrie des éléments de matrice à 2 corps

II.23 - Expression des potentiels créés par le coeur

II.231 - Expression du potentiel local II.232 - Expression du potentiel non local

II.24 - Partie géométrique du calcul des potentiels pour la couche externe

II.241 - Décomposition en une somme d'éléments de matrice à 2 corps

II.242 - Réduction des éléments de matrices réduits à 2 corps

II.3 - Résolution de l'équation de Schroedinger

II.31 - Formulation de l'équation et forme de la solution

II.32 - Méthode d'intégration

II.33 - Normalisation raccordement avec le comportement asymptotique

II.34 - Expression des résultats du problème

II.35 - Technique de calcul

III - RESULTATS

III.1 - Généralités

III.2 - Influence de la profondeur du puits, potentiel local équivalent

III.3 - Variations des paramètres du mélange

IV - CONCLUSION

TABLEAUX

APPENDICES

REFERENCES

REMERCIEMENTS

Je veux exprimer ma profonde gratitude au Professeur C. Bloch pour m'avoir accepté dans le Département de Physique Théorique ainsi qu'au Professeur V. Gillet pour m'avoir permis d'effectuer ce travail en étroite collaboration avec lui.

Ce problème fut entrepris à la suite de discussions avec Monsieur A. Abragam; je le remercie ici pour m'avoir encouragé dans l'étude de ce sujet.

Je remercie également Monsieur Meriel pour les précisions qu'il m'a apportées sur la diffusion de neutrons.

C'est un plaisir pour moi de remercier J. Raynal pour son aide dans la résolution numérique de l'équation de Schroedinger avec un important terme non local.

A. Arima et A. Zucker m'ont communiqué la fonction d'onde du ${\rm F}^{19}$, je tiens à les en remercier.

Les discussions que j'ai eues avec M. Danos m'ont permis de mettre en oeuvre une méthode graphique de couplage, je tiens également à le remercier.

Les calculs ont pu être menés à bien grâce à la compétence et au dévouement de Madame N. Tichit, je la remercie vivement. Madame A. Nguyen-van-Nguyen et Mademoiselle Tibaud ont dactylographié le texte avec autant de soin que de rapidité. Madame M. Porneuf a accepté la tâche ingrate de relire et corriger le texte. Je leur en suis extrêmement reconnaissant.

I - INTRODUCTION

I1 - Le développement des techniques expérimentales concernant les cibles polarisées^[1] permet maintenant la mesure, avec une bonne précision, des amplitudes spin spin (3) dans la diffusion élastique à la fois de neutrons thermiques et de protons de moyenne énergie. Ces mesures fournissent des grandeurs qui peuvent être sensibles d'une part au détail des forces d'échanges et d'autre part à la fonction d'onde du système cible-projectile ; c'est pourquoi il est important de confronter les résultats expérimentaux à ceux obtenus par un traitement microscopique du problème de la diffusion dans le cadre du modèle en couches.

Pour une telle discussion, l'étude théorique de la diffusion de neutrons thermiques, loin de toute résonance correspondant à un état lié cible-projectile, présente de grands avantages sur l'utilisation de protons de moyenne énergie. En effet, à basse énergie, seules les ondes S interviennent et cela permet une description microscopique complète du processus de diffusion en utilisant une force à deux corps, comprenant ou non les termes spin-orbite et tenseur. Au contraire, dans le cas de protons de moyenne énergie, l'apparition de nombreuses voies et la complexité de la description du système composé cible projectile limitent la résolution du problème à une étude macroscopique par un modèle optique.

Notre étude va donc porter sur la diffusion de neutrons thermiques. Comme noyau test, nous avons retenu le ¹⁹F. Il offre, en effet, une importante section efficace totale de diffusion bien qu'il ne présente pas de résonance près du seuil ; de plus, il existe des modèles détaillés pour décrire le fondamental de ce noyau. Enfin, son spin 1/2 limite le nombre de configurations dans le continu pour le ²⁰F, dans le cadre du modèle en couches.Expérimentalement, il est facile de polariser une cible de ¹⁹F^[2] et de telles expériences de diffusion vont être entreprises^[3]. Elles permettront d'améliorer la précision des valeurs des amplitudes spin-spin et de donner leur signe relatif.

- 4 -

Trois effets déterminent la valeur de ces amplitudes spin-spin dans la diffusion de neutrons thermiques :

a) Une importante contribution d'un potentiel non local entre le neutron incident et la cible.

b) La présence dans la force à deux corps d'un terme spin-orbite et d'un terme tenseur.

c) La modification de la fonction d'onde du noyau cible par la particule diffusée.

L'importante contribution du potentiel non local, résultant des forces d'échange et de l'antisymétrisation, est due à un large recouvrement entre la fonction d'onde de diffusion et celle du noyau cible. L'évaluation des amplitudes spin-spin peut ainsi être un moyen sensible, d'étudier les termes d'échange de la force à deux corps. C'est ce point que nous examinons dans ce travail. Pour cela, nous utilisons uniquement une force centrale et nous supposons que le ¹⁹F restedans son état fondamental décrit par une fonction d'onde du modèle en couche obtenue par Aríma^[4]. Nous calculons microscopiquement le potentiel nucléaire local et non local vu par le neutron incident, puis nous résolvons exactement l'équation de Schroedinger correspondante. Nous nous proposons, dans un travail ultérieur, d'étudier d'une part l'effet de l'addition des termes spin-orbite et tenseur dans la force à deux corps et d'autre part, la perturbation de la cible par le projectile en résolvant l'hamiltonien dans l'espace de configuration de la couche s-d avec états liés et non-liés.

- 5 -

12 - Définition des amplitudes spin-spin

Les mesures de diffusion de neutrons thermiques sur une cible de spin I permettent d'obtenir deux quantités : La section efficace cohérente :

$$\sigma_{\rm coh} = 4 \pi \left(\frac{I+1}{2I+1} a_{+} + \frac{I}{2I+1} a_{-} \right)^2$$
 (1)

et la section efficace totale :

$$\sigma_{\text{tot}} = 4 \pi \left(\frac{I+1}{2I+1} a_{+}^{2} + \frac{I}{2I+1} a_{-}^{2} \right)$$
(2)

a et a sont respectivement les longueurs de diffusion dans l'état J = I+1/2 et l'état J = I-1/2.

La section efficace cohérente est, en général, connueavec une meilleure précision que la section efficace totale. Grâce aux expériences sur cibles polarisées on va accéder directement à a et a . Nous pouvons également exprimer la section efficace à l'aide d'une amplitude A indépendante du spin et d'une amplitude B introduisant la dépendance spin-spin :

$$a_{\pm} = A + B (\vec{s}_{n}, \vec{I})_{\pm}$$
(3)
$$(\vec{s}_{n}, \vec{I})_{\pm} = \frac{1}{2} I (\vec{s}_{n}, \vec{I})_{\pm} = -\frac{1}{2} (I+1)$$

$$\sigma_{coh} = 4 \pi A^{2}$$

avec

Nous allons chercher à extraire les informations de physique nucléaire contenues dans le rapport B/A. En général les amplitudes a et a résultent de deux processus la diffusion potentielle et la diffusion résonante. Dans le cas du ¹⁹F la première résonance est à 15 kev au-dessus du seuil avec une largeur de 0.1 à 0.3 kev . Une estimation à l'aide de la formule de Breit et Wigner à un niveau donne une contribution négligeable au seuil pour cette résonance. Par conséquent, le processus de diffusion peut être considéré comme purement potentiel. Les mesures actuelles de diffusion sur cible de ¹⁹ F donnent les résultats suivants

 $\sigma_{coh} = 3.8 \pm 0.2$ Barns $\sigma_{tot} = 4.3 \pm 0.3$ Barns $|B/A| = 60\% \pm 60\%$ Nous allons sommer les interactions du neutron incident avec les nucléons du noyau.

Les données fondamentales du problème sont donc, d'une part la fonction d'onde du F^{19} et d'autre part la nature de l'interaction entre nucléons. Nous en déduirons la fonction d'onde de diffusion dans les deux états de spin J = 1 et J = 0 et de là, les longueurs de diffusion correspondantes.

II1 - Position du problème, Equation de Schroedinger

II1.1 - Hypothèses du problème traité

Nous allons résoudre l'équation de Schroedinger de diffusion pour l'ensemble des vingt nucléons (F¹⁹ et neutron incident) sous certaines hypothèses que nous dégagerons dans le déroulement du calcul.

Notations :
$$x = (\vec{r}, \vec{\sigma}, \vec{\tau})$$
 espace, spin, isospin
 $\vec{r} = (r, r)$ partie radiale et angulaire

(h1) Nous faisons l'hypothèse de la diffusion du neutron dans une onde S, justifiée par le fait que nous avons à faire à des particules thermiques.

Soit $\varphi(x_p)$ la fonction d'onde normalisée du neutron projectile j = 1/2mjt = 1/2 1/2

(indice p). L'inconnue du problème est donc la partie radiale de cette fonction. (cf. App. AI2 pour l'expression de $\varphi(x_p)$).

(h2) Nous supposons de plus que le F¹⁹ reste dans son état fondamental.

Soit Φ_0 (x₁-x₁₉) la fonction d'onde de cet état normalisé et j = 1/2 mjt = 1/2 1/2

antisymétrisé par rapport aux 19 particules (en spin et isospin) ; et

soit $H_o(x_1 - x_1)$ l'hamiltonien du F^{19} , symétrique par rapport à l'ensemble des coordonnées. Nous avons donc, E_o étant l'énergie du fondamental :

$$(x_1 - x_{19}) \Phi_0 (x_1 - x_{19}) = E_0 \Phi_0 (x_1 - x_{19})$$

1/2 mj 1/2 mj 1/2 mj
1/2 1/2 1/2 1/2

Нo

- 9 -

$$\langle \Phi_{0} (x_{1} - x_{19}) | H_{0}(x_{1} - x_{19}) | \Phi_{0} (x_{1} - x_{19}) \rangle = E_{0}$$

$$| 1/2 \ 1/2 \ 1/2 \ 1/2 \ 1/2$$

$$(4)$$

En utilisant les conventions de phase et le théorème de Wigner Eckart définis en appendice (AII)

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Phi_{\circ} & || H_{\circ} & || \Phi_{\circ} \end{bmatrix} = E_{\circ}$$
(5)
$$\frac{1/2}{1/2} \qquad \frac{1/2}{1/2}$$

Soit $\psi_{JM_J}(x, x_1 - x_{19})$ la fonction d'onde normalisée, de l'ensemble F¹⁹ plus TM_m

neutron incident, couplée en spin et isospin (T = $M_{_{\rm T}}$ = 1)

(h3) Ici, nous faisons une hypothèse restrictive importante : nous n'antisymétriserons pas correctement le neutron incident avec les 19 autres, ainsi nous écrirons :

$$\psi_{JM_{J}}(x, x_{1} - x_{19}) = \begin{pmatrix} \Phi_{0}(x_{1} - x_{19}), \phi_{1/2}(x) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1/2 & \frac{1}{2} & TM_{T} \end{pmatrix}$$

Dans une séparation ultérieure de la fonction d'onde du F^{19} en un coeur $d'0^{16}(C_0)$ et une couche externe $\binom{g}{1/2}$ de 3 nucléons, le neutron projectile $\frac{1}{2}$

sera antisymétrisé avec le coeur mais pas avec la couche externe.

Nous introduirons cependant toujours des éléments de matrice à 2 corps antisymétriques avec terme direct et terme d'échange. L'hamiltonien de l'ensemble des 20 nucléons, symétrique par rapport à l'ensemble des coordonnées, sera :

$$H(x,x_1-x_{19}) = H_0(x_1-x_{19}) + \frac{P^2(x)}{2m} + H_{int}(x,x_1-x_{19})$$
(6)

Cet hamiltonien d'interaction constitue la deuxième donnée fondamentale du problème.

L'équation du problème s'écrit donc :

$$H(x, x_{1}^{-x} - x_{19}^{-x}) \psi_{JM_{J}}(x, x_{1}^{-x} - x_{19}^{-x}) = E \psi_{JM_{J}}(x, x_{1}^{-x} - x_{19}^{-x})$$

$$TM_{T} TM_{T} TM_{T}$$

 $\begin{array}{c|c} \left< \psi_{\mathbf{J}M}_{\mathbf{J}} & \mid \mathbf{H} \mid \psi_{\mathbf{J}M}_{\mathbf{J}} \right> = \mathbf{E} \\ & \mathbf{T}^{\mathbf{M}}_{\mathbf{T}} & \mathbf{T}^{\mathbf{T}M}_{\mathbf{T}} \end{array}$

II1.2 - Equation de Schroedinger

Afin d'aboutir à l'expression du potentiel, dans un premier stade, nous allons séparer l'interaction des 19 nucléons du noyau entre eux, de l'action du F^{19} sur le neutron incident. Puis nous scinderons la fonction d'onde du F^{19} en un coeur d' O^{16} et une couche externe de 3 nucléons. Ces deux parties conduirons à des calculs légèrement différents, pour la simple raison qu'il s'agit, d'une part d'un ensemble de couches complètes formant un scalaire, et d'autre part de 3 nucléons couplés à un j et t non nuls.

II1.2.1 - <u>Isolement de l'interaction du F¹⁹ avec le</u> neutron projectile

En utilisant l'expression (6) de H, l'équation (7)

s'écrit :

$$E = \langle \Psi_{JM_{J}} | H_{o}(x_{1} - x_{19}) | \Psi_{JM_{J}} \rangle + \langle \Psi_{JM_{J}} | \frac{p^{2}}{2m} (x_{p}) | \Psi_{JM_{J}} \rangle$$

$$TM_{T} TM_{T} TM_{T}$$

$$+ \langle \Psi_{JM_{J}} | H_{int}(x, x_{1} - x_{19}) | \Psi_{JM_{J}} \rangle$$

$$TM_{T} TM_{T}$$

(7)

Nous allons découpler le F^{19} du neutron incident pour le recoupler à l'opérateur H_o agissant uniquement sur les 19 particules du noyau. Cette manipulation peut se faire simplement grâce à l'hypothèse h 3 sur l'antisymétrisation. Une opération analogue est effectuée pour le terme cinétique $\frac{p^2}{2m}$.

Pour ce faire, nous utilisons la technique graphique précisée en appendice (App. AIII). Ces réductions de produits tensoriels ne peuvent s'effectuer que sur les éléments de matrice réduits, M_J et M_T ne devant pas apparaître comme de bons nombres quantiques. A titre d'exemple nous donnerons pour H_o le graphique correspondant :

$$\begin{array}{c|c} \langle \Psi_{JM_{J}} & | H_{\circ} | \Psi_{JM_{J}} \\ TM_{T} & TM_{T} \end{array} \rangle = \frac{1}{\Im \widehat{T}} \begin{bmatrix} |\Psi_{J}| | H_{\circ} | |\Psi_{J} \\ T & T \\ \end{array} \\ = \frac{1}{\Im \widehat{T}} \begin{bmatrix} |\Psi_{J}| | H_{\circ} | |\Psi_{J} \\ T & T \\ T & T \\ \end{array} \\ = \frac{1}{\Im \widehat{T}} \begin{bmatrix} |\Psi_{J}| | H_{\circ} | |\Psi_{J} \\ T & T \\ T & T \\ \end{array} \\ = \frac{1}{\Im \widehat{T}} \begin{bmatrix} |\Psi_{J}| | H_{\circ} | |\Psi_{J} \\ T & T \\ T & T \\ \end{array} \\ = \frac{1}{\Im \widehat{T}} \begin{bmatrix} |\Psi_{J}| | H_{\circ} | |\Psi_{J} \\ T & T \\ T & T \\ \end{array} \\ = \frac{1}{\Im \widehat{T}} \begin{bmatrix} |\Psi_{J}| | H_{\circ} | |\Psi_{J} \\ T & T \\ T & T \\ \end{array}$$



 $= \frac{1}{\widehat{\mathcal{J}} \widehat{\mathcal{T}}} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{J}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{J}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{T}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{J}} \\ 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{J}} \\ 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{T}} \\ 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{J}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{T}} \\ 1/2 & 1/2 & \overline{\mathcal{T}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

 $\begin{bmatrix} \Phi_{o} & || & H_{o} & || \Phi_{o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi & || & 1 & || \phi \end{bmatrix}$ $\begin{array}{c} 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{array}$

(cf. Appendice AIII pour les "9j carrés" et Appendice AII pour les éléments de matrice réduits). En utilisant l'équation (5)

$$= \frac{1}{\widehat{\mathcal{J}}\widehat{\Upsilon}} \quad \frac{\widehat{\mathcal{J}}\widehat{\Upsilon}}{2 2} \quad 2 \quad E_{\circ} \quad 2 \quad = \quad E_{\circ}$$

Un calcul analogue pour le terme $\frac{p^2}{2m}$ permet d'obtenir l'équation :

$$E = E_{o} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \phi & || \frac{p^{2}}{2m} || \phi \\ \frac{1/2}{2m} \frac{1/2}{1/2} \end{bmatrix} + \frac{1}{\Im \widehat{T}} \begin{bmatrix} \psi & || H_{int} || \psi \\ J \end{bmatrix}$$
(8)

Comme il s'agit de neutrons thermiques, se diffusant dans une seule voie de réaction, l'énergie de l'ensemble, F^{19} plus neutron est conservée. A l'infini, l'énergie d'interaction du F^{19} avec le neutron est nulle ; nous prendrons alors par hypothèse l'énergie potentielle du neutron égale à zéro d'où :

$$E = E_{o}$$

Finalement l'équation est :

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \varphi_{1/2} & | & | & \frac{p^2}{2m} & | & | & \varphi_{1/2} \end{bmatrix} + \frac{1}{\Im \hat{T}} \begin{bmatrix} \psi & | & | & H_{int} & | & | \psi \end{bmatrix} = 0$$
(9)
$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \varphi_{1/2} & | & | & \varphi_{1/2} \end{bmatrix} + \frac{1}{\Im \hat{T}} \begin{bmatrix} \psi & | & | & H_{int} & | & | \psi \end{bmatrix} = 0$$
(9)

II1.2.2 - Séparation du coeur d'0¹⁶ de la couche externe

La fonction d'onde du F¹⁹, que nous utilisons est composée d'un coeur d'oxygène 16 et de 3 nucléons (2 neutrons et 1 proton) dans une couche externe déformée. La partie orbitale des fonctions d'onde individuelles sont celles d'un oscillateur harmonique isotrope (cf. Appendice AI). Pour la couche externe, nous avons utilisé une fonction donnée par Arima sous la forme suivante, normalisée et antisymétrisée par rapport aux trois nucléons (en langage de spin et isospin) :

$$g_{1/2} = 0.71(s^3) - 0.16 d^2(j = 0 t = 1)s + 0.41 d^2(j = 0 t = 1) s - 0.55 d^3$$
 (10)
1/2

(Il s'agit de d 5/2 uniquement).

La fonction d'onde normalisée et antisymétrisée par rapport aux 19 nucléons que nous avons adoptée est donc de la forme :

$$\Phi_{\circ} (x_{1} - x_{19}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left(C_{\circ}(x_{1} - x_{16}) \left(\frac{1}{2} (x_{17} - x_{18} - x_{19}) \right) \right) \frac{1}{2} m_{j} \frac{1}{2} \frac{1}$$

L'antisymétrisation porte sur la couche externe par rapport au coeur, chacune de ces parties étant elle-même antisymétrisée et normalisée. Comme il s'agit de couches différentes, il n'y a pas de problème pour la normalisation, à deux distributions des particules entre coeur et couche externe correspond deux états orthogonaux et normalisés, par suite N = C_{19}^3 . L'opérateur d'antisymétrisation est associé à une somme sur les N distribu-tions que nous noterons symboliquement :

$$\Phi_{1/2 \text{ mj}}(x_1 - x_{19}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{d} C_{0}(d_{16}) \mathcal{E}_{1/2}(d_{3}) \frac{1/2 \text{ mj}}{1/2 \text{ 1/2}}$$

(h 5)

Nous nous limitons à une interaction à deux corps symétrique :

$$H_{int}(x,x_1-x_{19}) = \sum_{j=1}^{19} H_i(x,x_j)$$

 $H_{i}(x,x_{j}) = H_{i}(x_{j},x)$

avec

Sous ces hypothèses, il est alors aisé, par une technique de découplage recouplage analogue à celle utilisée précédement, de séparer l'action du coeur de l'action de la couche externe. Pour cela, il suffit de développer l'élément de matrice réduit d'interaction :

$$\begin{bmatrix} \psi_{J} \mid |H_{int} \mid |\psi_{J}] = \frac{1}{N} \sum_{d} \sum_{d} \begin{bmatrix} ((C_{0} \mid (d_{16}) \mid \mathcal{E}_{1/2}(d_{3}))_{1/2} \mid \phi_{1/2})_{J} \mid |H_{int} \mid | \\ T = T = T = \frac{1}{N} \int_{d} d^{*} \int_{d} \frac{1}{2} \int_{d}$$

$$((C_{0}(d_{16}) \overset{\sim}{\mathbb{E}}_{1/2}(d_{3}))_{1/2} \overset{\phi_{1/2}}{\mathbb{E}}_{1/2})_{J}]$$

$$1/2 \qquad 1/2 \qquad 1/2 \qquad T$$

et pour chacun des éléments de cette somme de décomposer l'hamiltonien d'interaction :

$$H_{int}(x,x_{1}-x_{19}) = \sum_{j \in d_{16}} H_{i}(x,x_{j}) \times I(d_{3}) + I d_{(16)} \sum_{j \in d_{3}} H_{i}(x,x_{j})$$

Nous obtenons après calcul l'équation suivante :

Remarquons que ce résultat est satisfaisant dans la mesure où l'interaction avec le coeur fonction scalaire couplée à O peut être isolée sans que la couche externe introduise de coefficient.

II1.2.3 - Equation de Schrödinger radiale

Pour aboutir, à partir de l'expression précédente, à une équation $\varphi(r_p)$, d'une part nous savons que la partie radiale des éléments de matrice se factorise et d'autre part nous n'intégrerons pas ces éléments de matrice par rapport à r_p , pour obtenir finalement une équation du type :

$$\frac{p^2}{2m} \phi(\mathbf{r}_p) + V_{\mathrm{L}} (\mathbf{r}_p) \phi(\mathbf{r}_p) + \int_0^{\infty} V_{\mathrm{NL}} (\mathbf{r}, \mathbf{r}_p) \phi(\mathbf{r}) \mathbf{r}^2 d\mathbf{r} = 0 \qquad (12)$$

Le terme non local provenant de l'antisymétrisation introduite sous la forme précisée précédement.

- A ce stade il reste deux étapes à savoir :
- Le calcul explicite des potentiels locaux et non locaux correspondant à la géométrie du problème.
- La résolution proprement dite de l'équation de Schroedinger

II2 - CALCUL DES POTENTIELS

Nous allons décomposer les éléments de matrice réduits d'interaction du coeur et de la couche externe en une somme d'éléments de matrice réduits antisymétrisés à deux corps. Nous calculons d'abord la partie radiale de ces éléments de matrice puis la partie angulaire. Pour cette dernière, la géométrie sera effectuée à l'aide de la technique graphique déjà utilisée.

Nous distinguerons le calcul pour le coeur de celui pour la couche externe.

II2.1 - Partie radiale des éléments de matrice à deux corps

II2.1.1 - Interaction à deux corps

Précisons la nature de l'interaction utilisée : nous avons dit que nous nous limitons à une interaction à deux corps symétriques et nous considérons uniquement une interaction centrale (h6), avec ses termes de mélange, de la forme :

$$V(|\vec{r} - \vec{r}_{p}|) = V_{o} \mathcal{U}(|\vec{r} - \vec{r}_{p}|)[a_{o} + a_{\sigma} \vec{\sigma}_{1} \vec{\sigma}_{2} + a_{\tau} \vec{\tau}_{1} \vec{\tau}_{2} + a_{\sigma\tau} \vec{\sigma}_{1} \vec{\sigma}_{2} \vec{\tau}_{1} \vec{\tau}_{2}]$$
(13)

ao, ao, a et a étant normalisés comme indiqué en Appendice A IV.

Aux basses énergies, le choix du facteur de forme $V_o U(\vec{r})$ n'est pas critique car la théorie de la portée effective permet de caractériser le comportement asymptotique de la fonction d'onde de diffusion par deux paramètres : la longueur de diffusion et la portée effective. On peut donc ajuster ces deux paramètres à l'aide d'un facteur de forme à deux variables ; nous avons utilisé une gaussienne de portée μ et de profondeur V_o. Nous en donnons le développement multipolaire en appendice (Appendice A V).

II2.1.2 - Facteurs radiaux

Nous avons déjà signalé que la partie radiale se factorise. Les fonctions d'onde individuelles des nucléons du noyau seront également

désignées par ϕ (Appendice AI).

Les éléments de matrice réduits à deux corps antisymétrisés (noté par "), non couplés (le couplage n'affecte pas la partie radiale) sont de la forme : terme direct moins terme d'échange :

$$\begin{bmatrix} \varphi_{n\ell j}(\mathbf{x}) \ \varphi(\mathbf{x}_{p}) \ || \ \mathbf{v}(|\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}_{p}|)|| \ \varphi_{n\ell j}(\mathbf{x}) \ \varphi(\mathbf{x}_{p}) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{n\ell j}(\mathbf{x}) \ \varphi(\mathbf{x}_{p}) \ || \ \mathbf{v}(|\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}_{p}|)|| \ \varphi_{n\ell j}(\mathbf{x}) \ \varphi(\mathbf{x}_{p}) \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{n\ell j}(\mathbf{x}) \ \varphi(\mathbf{x}_{p}) \ || \ \mathbf{v}(|\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}_{p}|) \ || \ \varphi_{n\ell j}(\mathbf{x}_{p}) \ \varphi(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

$$(14)$$

Introduisons le développement multipolaire (AV) de la force (13) :

$$\begin{bmatrix} ||\mathbf{v}||^{n} \end{bmatrix} = \sum_{L=0}^{\infty} \left[\varphi_{n\ell j}(\mathbf{x}) \varphi(\mathbf{x}_{p}) \right] \left[4 \pi \sqrt{2L+1} \left[\mathbf{y}^{L}(\hat{\mathbf{r}}) \mathbf{y}^{L}(\hat{\mathbf{r}}_{p}) \right] \right]$$
$$\left\{ \left(-i \right)^{L} j_{L} \left(2i \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{p}}{\mu^{2}} \right) \right\} e^{-\frac{\mathbf{r}^{2} + \mathbf{r}_{p}^{2}}{\mu^{2}}} \left[|\varphi_{n\ell j}(\mathbf{x}) \varphi(\mathbf{x}_{p})| \right]$$

Pour le terme direct l'intégrale par rapport à r donne le facteur local de multipolarité L :

$$W_{n\ell}^{L}(r_{p}) = V_{o} e^{-\frac{r_{p}^{2}}{\mu}} \int_{o}^{\infty} \varphi_{n\ell}^{*}(r) \varphi_{n\ell}(r)(-i)^{L} j_{L} \left(\frac{2i \cdot r \cdot r_{p}}{\mu}\right) e^{-\frac{r^{2}}{\mu^{2}}} r^{2} dr \quad (15)$$

En fait nous utilisons des fonctions réelles : cf. Appendice AI où ici $\phi_{n\ell}(r) = u_{n\ell}(r)$

Le terme d'échange donne lieu au facteur non local :

$$\mathbb{W}_{n\ell}^{L}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{p}) = V_{o} e^{-\frac{\mathbf{r}_{p}^{2} + \mathbf{r}_{p}^{\prime 2}}{\mu^{2}}} \varphi_{n\ell}^{*}(\mathbf{r}) \varphi_{n\ell}(\mathbf{r}_{p})(-\mathbf{i})^{L} \mathbf{j}_{L}\left(\frac{2\mathbf{i} \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{p}}{\mu^{2}}\right)$$
(16)

Dans la séparation du coeur de la couche externe nous noterons :

$$V_{L,J}(r_p) = V_{L}^{C}(r_p) + V_{L,J}^{E}(r_p)$$

 $V_{\text{NL},J}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{p}) = V_{\text{NL}}^{\text{C}}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{p}) + V_{\text{NL},J}^{\text{E}}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{p})$

J prenant les valeurs 0 et 1.

II2.2 - Partie géométrique du calcul des potentiels pour le coeur

II2.2.1 - Décomposition en une somme d'éléments de matrice à deux corps

Ayant supposé que le noyau de F¹⁹ reste dans son état fondamental, nous imposons à la fonction d'onde de diffusion de ne pas avoir de composante sur l'état Os, complètement occupé dans le coeur d'oxygène 16. La normalisation de la fonction d'onde antisymétrisée du neutron incident et des 16 nucléons ne pose alors pas de problème, puisqu'il s'agit de couches différentes et que le couplage avec un coeur scalaire et trivial. Cette fonction peut se mettre sous la forme d'un déterminant de Slater. On démontre alors (cf. Appendice AVI) que la valeur moyenne d'un opérateur symétrique à deux corps sur un tel état est :

$$\frac{\left(C_{0}(x_{1}^{-x_{16}}) \phi_{1/2}(x_{17}) \right)_{1/2}}{1/2} |v| \left(C_{0}(x_{1}^{-x_{16}}) \phi_{1/2}(x_{17}) \right)_{1/2} \right)_{1/2} \\ = \frac{1}{2} \sum_{i \text{ et } j} \langle j i |v_{2}| j \tilde{i} \rangle$$

€ noyau + état du neutron libre

avec :
$$V(x_1 - x_{17}) = \frac{1}{2}$$
 $\sum_{i \neq j=1}^{17} V_2(x_i, x_j) = V_2(x_i, x_j) = V_2(x_j, x_i)$

Pour le calcul de diffusion, qui nous occupe, seul les termes d'interaction du neutron avec le noyau interviennent car V $_{int}$ est de la forme :

$$v(x,x_1-x_{16}) = \sum_{j=1}^{16} v(x,x_j)$$

Nous obtenons finalement :

$$\frac{1}{2} n \begin{bmatrix} C_{0}(x_{1}-x_{16})\phi_{1/2}(x) & || & H_{int}(x,x_{1}-x_{16}) || C_{0}(x_{1}-x_{16}) & \phi_{1/2}x \end{bmatrix}_{n} = \frac{1}{1/2}$$

$$\sum_{\substack{n \ell j \ m_{j} \ m_{t}, s \ m_{s} \ m_{t}}} \langle n \ell j \ m_{j} \ m_{t}, s \ m_{s} \ m_{t} \ p \ m_{j} \ m_{t}, s \ m_{s} \ m_{t}} \rangle \qquad (17)$$

$$n \ell j \ m_{j} \ m_{t} \in Noyau \ 0^{16}$$

avec les notations évidentes : n, ℓ, j, m_j, m_t pour une fonction d'onde individuelle du coeur d'O¹⁶ $s = 1/2 m_s, m_t = 1/2$ pour la fonction d'onde du neutron, V pour s_p, p_p

l'interaction à deux corps définis en II2.1.1

Comme il s'agit d'un noyau à couches complètes, il est possible de sommer sur les nombres quantiques magnétiques m_j et m_t . Introduisons pour cela des éléments de matrice à deux corps couplés : Sous-entendons n et ℓ associés à la partie radiale.

$$|j m_{j} m_{t}, s m_{s_{p}} m_{t_{p}} \rangle = \sum_{J,M} \sum_{T M_{T}} (j s m_{j} m_{s_{p}} | JM) (1/2 1/2 m_{t} m_{t_{p}}) TM)_{T}$$
$$|(j s) JM, (m_{t} m_{t_{p}}) T M_{T} \rangle$$

Soit :

$$A = \sum_{\substack{m_j \\ j} t} \langle j m_j m_t, s m_s m_t | v | j m_j m_t, s m_s m_t \rangle$$

Comme l'opérateur V est un scalaire dans le développement précédent les mêmes JM_J T et M_T doivent figurer respectivement dans le bra et le ket :

$$A = \sum_{\substack{m_{j} \ m_{t} \ JM \ T \ M_{T}}} \sum_{m_{j} \ m_{t} \ JM \ T \ M_{T}} (j \ s \ m_{j} \ m_{s} \ |JM)^{2} (1/2 \ 1/2 \ m_{t} \ m_{t} \ |T \ M_{T})^{2}$$

 $\langle (j s) JM, (m_t m_t) TM_T | V | (j s) JM, (m_t m_t) TM_T \rangle$

Avant de sommer sur m_j M m_t et M_T, nous passons aux éléments de matrice réduits pour avoir des quantités indépendantes de M et M_T :

$$\langle (j s) JM, (m_t m_t) TM_T | v | (j s) JM, (m_t m_t) TM_T \rangle = \frac{1}{\Im \widehat{T}} (-)^{2J} (-)^{2T}$$

 $(OJOM|JM)(OTOM_{T}|TM_{T}) [(j s)J,(m_{t} m_{t})T||V||(j s)J(m_{t} m_{t})T]$

En utilisant les propriétés des coefficients de Clebsch-Gordan et en sommant on obtient :

$$A = \frac{1}{2s+1} \frac{1}{2t+1} \sum_{J T} \frac{1}{\widehat{J}\widehat{T}} (2J+1)(2T+1) [(j s)J T] ||v||(j s) J T]$$

dans notre cas s = 1/2 = t

$$A = \frac{1}{4} \sum_{JT} \sqrt{(2J+1)(2T+1)} [(j \ s)JT] |V| |(js)JT]$$

D'où finalement l'expression de l'interaction avec le coeur :

$$I^{C} = \frac{1}{4} \sum_{n \ell j \in O^{16}} \sum_{JT} \widehat{\mathcal{T}} \widehat{\mathcal{T}} [(n \ell j, s)JT | |v| | (n \ell j, s)JT]$$
(18)

II2.2.2 - Géométrie des éléments de matrice à deux corps.

Considérons uniquement la partie géométrique des éléments de matrice de (18) après avoir introduit le développement multipolaire (AV) de V ; il apparaît une somme de termes du type :

$$[(j s)JT | | 4 \pi \hat{L}[Y_{(r)}^{[L]} Y_{(r)}^{[L]}]^{\circ}(a_{0}+a_{\sigma} \overrightarrow{\sigma\sigma}_{p}+a_{\tau} \overrightarrow{\tau\tau}_{p}+a_{\sigma\tau} \overrightarrow{\sigma\sigma}_{p} \overrightarrow{\tau\tau}_{p} | | (js)JT]$$

Le calcul a été fait dans le cas général en appendice (cf. App. AII et AIII3). Il suffit de le reprendre en faisant : $j_1 = k_1 = j$; $j_2 = k_2 = 1/2$; $\ell_1 = \ell_1' = \ell$; $\ell_2 = \ell_2' = 0$ $t_1 = t_2 = t_1' = t_2' = 1/2$

Remarquons, qu'à priori, nous savons que pour le terme direct du coeur, seul restera un facteur en a_o ; les termes en a_{σ} , a_{τ} et $a_{\sigma\tau}$ disparaissent, la valeur moyenne d'un opérateur vectoriel sur le coeur scalaire étant nulle. Cependant nous développerons le calcul complet qui sera utile pour la couche externe. Nous utilisons les notations de A II pour le produit scalaire.

II2.2.2.1 - Terme de Spin

Nous donnons uniquement le résultat après réduction des expressions

II2.2.2.1.1. - Terme direct : (cf. A III 3.1.1)

$$\begin{bmatrix} n \ \ell(j \ 1/2) \ J \ | \ (Y^{[L]}Y^{[L]})^{\circ} \ (\vec{\sigma}, \vec{\sigma})^{\nu} \ | \ n \ \ell(j \ 1/2) \ J \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\hat{J}}{\hat{1} \ \hat{1}} \frac{1}{4\pi} \delta_{L_{\circ}} \begin{bmatrix} 1/2 \ | \ \sigma^{[\nu]} \ | \ 1/2 \end{bmatrix}^{2} \begin{bmatrix} j \ 1/2 \ J \ \nu \ \nu \ 0 \\ j \ 1/2 \ J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell \ 1/2 \ j \\ 0 \ \nu \ \nu \\ \ell \ 1/2 \ j \end{bmatrix}$$

Valeur pour l = 0:

 $\left[n\ell(j 1/2)J\right] \left| (Y^{[L]} Y^{[L]})^{\circ} \right| \left|n\ell(j 1/2)J\right] = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \delta_{L_{\circ}}$

Valeur pour $\mathcal{V} = 1$:

 $\begin{bmatrix} n\ell(j \ 1/2)J \ | \ Y^{[L]} \ Y^{[L]} \)^{\circ} \overrightarrow{\sigma\sigma} \ | \ n\ell(j \ 1/2)J \end{bmatrix}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{4\pi} \stackrel{\delta}{}_{L_{\circ}} (-6) \begin{bmatrix} j \ 1/2 \ J \\ 1 \ 1 \ 0 \\ j \ 1/2 \ J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell \ 1/2 \ j \\ 0 \ 1 \ 1 \\ \ell \ 1/2 \ j \end{bmatrix}$

en passant à l'expression en fonction des 6j (Appendice III1)

$$= \frac{-6}{4\pi} \quad (-)^{J+\ell} \quad J(2j+1) \quad \left\{ \begin{array}{c} j \ 1/2 \ J \\ 1/2 \ j \ 1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{c} 1/2 \ j \ \ell \\ j \ 1/2 \ 1 \end{array} \right\} \\ \delta_{L_0}$$

II2.2.2.1.2 - <u>Terme d'échange</u> : Le calcul est analogue au précédent, après simplification on obtient :

$$\begin{bmatrix} n\ell(j(1) \ 1/2(2)) J | \begin{pmatrix} y^{[L]}(1) \ y^{[L]}(2) \end{pmatrix}^{0} (\vec{\sigma}_{(1)} \vec{\sigma}_{(2)})^{j} | | n\ell(j(2) \ 1/2(1) \ J] \\ = (-)^{j} \delta_{\ell L} \ \frac{1}{4\pi} \ \frac{\hat{J} \ \hat{j} \ \hat{j} \ \hat{J} \ \hat{J}}{\hat{\ell}} \begin{cases} j \ 1/2 \ J \\ j \ 1/2 \ J \end{cases} \begin{cases} 1/2 \ 1/2 \ J \\ J \ \ell \ J \end{cases} \begin{bmatrix} 1/2 \ 1/2 \ J \\ J \ \ell \ J \end{cases} \begin{bmatrix} 1/2 \ 1/2 \ J \\ J \ \ell \ J \ \ell \ J \end{cases} \begin{bmatrix} 1/2 \ 1/2 \ J \\ J \ \ell \ J \ \ell \ J \ J \end{bmatrix}$$

Valeur pour $\mathcal{V} = 0$:

$$[|| ||] = \delta_{\ell L} \delta_{\ell J} \frac{1}{4\pi} \frac{J j j}{\ell} \left\{ \begin{array}{c} j 1/2 J \\ j 1/2 \ell \end{array} \right\}.$$

Valeur pour $\mathcal{V} = 1$:

$$\begin{bmatrix} | | | |] = \delta_{\ell L} \frac{6}{4\pi} \frac{\widehat{J j j \mathcal{J} \mathcal{J}}}{\widehat{\ell}} \left\{ \begin{array}{c} j 1/2 J \\ j 1/2 \mathcal{J} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 1/2 1/2 1 \\ \mathcal{J} \ell j \end{array} \right\}^{2}$$

 $\begin{array}{c} \text{II2.2.2.2} - \underline{\text{Terme}} \ \underline{d'isospin} \ \underline{(cf. App. AIII3.2)} \ \underline{\text{Désignons}} \\ \underline{par} \ A_{T\mu} \ \underline{\text{la}} \ \underline{\text{quantité}} : \end{array}$

$$A_{T\mu} = [T] | \overrightarrow{\tau} \overrightarrow{\tau}_{\mu} | |T] = \widehat{\mu} [T] | (\tau^{[\mu]} \tau^{[\mu]})^{\circ} | |T]$$

II2.2.2.2.1 - Terme direct après simplifications

$$A_{T\mu} = (-)^{1+T+\mu} \widehat{T} \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & T \\ 1/2 & 1/2 & \mu \end{pmatrix} [1/2||\tau^{[\mu]}_{1/2}]^{2}$$
$$A_{T\mu} = \frac{\mu}{0} \begin{pmatrix} T & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \sqrt{3} \\ 1 & -3 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

- 21 -

II2.2.2.2.2 - Terme d'échange, comme $t'_1 = t'_2$ seule apparaît la phase $(-)^{1-T}$

II2.3 - Expression des potentiels créés par le coeur
II2.3.1 - Expression du "potentiel local coeur"
$$V_L^C(r_p)$$

Raisonnons sur les états nlj de l'oxygène 16 , les expressions radiales et géométriques précédentes

$$V_{L}^{C}(r_{p}) = \frac{1}{4} \sum_{n \ell j \in 0} \int_{16}^{j+1/2} \sum_{j=|j-1/2|}^{j+1/2} \sum_{T=0}^{j+1/2} T \left[(a_{0}A_{T0} + a_{\tau}A_{T1})_{\ell=0} + (2j+1)(-6)(-)^{J+\ell} \left\{ j \atop{1/2} j \atop{1/2} j \right\} \left\{ j \atop{1/2} j \atop{1/2} l \right\} (a_{0}A_{T0} + a_{0\tau}A_{T1})_{\ell=1} \right] \right\}$$

$$\times W_{n\ell}^{0}(r_{p})$$
(19)

 $a_{\tau} et a_{\sigma\tau} s'éliminent directement :$

$$V_{L}^{C}(\mathbf{r}_{p}) = \sum_{n\ell j} \sum_{J} (2J+1) \left[a_{0}^{-6}a_{0}(2j+1)(-)^{J+\ell} \left\{ \begin{array}{cc} j & 1/2 & J \\ 1/2 & j & 1 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{cc} 1/2 & j & \ell \\ j & 1/2 & 1 \end{array} \right\} W_{n\ell}^{O}(\mathbf{r}_{p}) \right]$$

En fait on montre que :

$$j \begin{pmatrix} j & 1/2 & j-1/2 \\ 1/2 & j & 1 \end{pmatrix} = (j+1) \begin{pmatrix} j & 1/2 & j+1/2 \\ 1/2 & j & 1 \end{pmatrix}$$

d'où finalement a disparaît comme prévu :

$$V_{\rm L}^{\rm C}(\mathbf{r}_{\rm p}) = \sum_{\rm n\ell j} 2(2j+1) a_{\rm o} W_{\rm n\ell}^{\rm o}(\mathbf{r}_{\rm p})$$
(20)

II2.3.2 - Expression du "potentiel non local coeur" $V_{NL}^{C}(r,r_{p})$

De la même façon on obtient :

$$V_{\rm NL}^{\rm C}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{\rm p}) = -\frac{1}{4} \sum_{\rm n\ell \, j \, \epsilon} (2\,j+1) \left\{ \sum_{\rm J=|j-1/2|}^{\rm j+1/2} \left[\sum_{\rm T=0}^{\rm 1} T \left\{ j \ 1/2 \ J \\ j \ 1/2 \ \ell \right\} (a_{\rm o} A_{\rm TO}^{+} a_{\rm T}^{A}_{\rm T1}) \right] \right\}$$

$$(-)^{\rm 1-T} + \sum_{\rm T} T(-)^{\rm 1-T} 6 \sum_{\rm J} (2J+1) \left\{ j \ 1/2 \ J \\ j \ 1/2 \ J \right\} \left\{ 1/2 \ 1/2 \ 1 \\ J \ \ell \ j \right\}^{2} (a_{\rm o} A_{\rm TO}^{+} a_{\rm \sigma \tau}^{A}_{\rm T1}) \right\}$$

$$\times \mathcal{M}_{\rm n\ell}^{\rm \ell}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{\rm p})$$

- 22 -

$$\frac{d^{2}ou \text{ finalement }:}{V_{NL}^{C}(r,r_{p}) = -\sum_{n \ell j \in O^{16}} (2j+1) \left\{ \sum_{J=|j-1/2|}^{j+1/2} (2J+1) \left[\begin{pmatrix} j \ 1/2 \ J \\ j \ 1/2 \ \ell \end{pmatrix} (0.5a_{0}+1.5a_{\tau}) + 3(a_{0}+3a_{0\tau}) \sum_{J=|\ell-1|}^{\ell+1} (2J+1) \left\{ j \ 1/2 \ J \\ j \ 1/2 \ J \end{pmatrix} \left\{ \frac{1/2}{J} \ \frac{1/2}{J} \ \frac{1}{J} \right\} \left\{ \frac{1}{J} \left\{ \frac{1}{J} \ \frac{1}{J} \right\} \right\} \left\{ \frac{1}{J} \left\{ \frac{1}{J} \ \frac{1}{J} \right\} \right\} \left\{ \frac{1}{J} \left\{ \frac{1}{J} \ \frac{1}{J} \right\} \right\}$$

$$(21)$$

II2.4 - Partie géométrique du calcul des potentiels pour la couche externe

Nous devons calculer :

$$M_{\rm JT} = \left[\begin{pmatrix} g_{1/2} & \phi_{1/2} \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} JT \|_{\rm H_{int}}(x, x_{17} x_{18} x_{19}) \| \begin{pmatrix} g_{1/2} & \phi_{1/2} \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} JT \right]$$

T = 1

Rappelons que nous n'antisymétrisons pas le neutron incident avec les 3 autres se trouvant dans des orbitales déformées de la fonction d'onde (14).

Comme nous n'avons pas ici de couches complètes, le passage aux éléments de matrice à deux corps n'est pas direct. Nous utiliserons des cfp pour isoler un nucléon de la couche externe avant de le recoupler au neutron incident. La réduction des éléments de matrice réduits à deux corps sera la même que dans le calcul précédent, à cela près qu'il s'introduira des poids dus aux coefficients du mélange de la fonction d'onde (14).

II2.4.1 - Décomposition en une somme d'éléments de matrice à 2 corps

Ecrivons la fonction d'onde (14) sous la forme

$$\begin{cases} g_{1/2 m_{j}} = \sum_{\alpha} A_{\alpha} | \{3\alpha\} j = 1/2 m_{j} t = 1/2 m_{t} = 1/2 \end{cases}$$

 $\{3\alpha\}$ étant une configuration à 3 nucléons antisymétrisée et normalisée

$$\{3\alpha\} = s^{3} \qquad A_{\alpha} = 0.71 \\ d_{(j=0 \ t=1)}^{2} \qquad A_{\alpha} = -0.16 \\ d_{(j=1 \ t=0)}^{2} \qquad A_{\alpha} = 0.41 \\ d^{3} \qquad = -0.55 \qquad (d_{5/2})$$

Par l'intermédiaire de cfp nous pouvons isoler un nucléon dans l'état y laissant une configuration à 2 particules $\{2\beta\}$ antisymétrisée et normalisée. y et β doivent être compatibles d'une part avec leur origine α et d'autre part en se recouplant au j et t de g.

Les valeurs des cfp sont en fait ici triviales (cf. Appendice VII). D'où la nouvelle expression de M_J (en simplifiant de façon évidente l'écriture des cfp)

$$M_{\mathbf{J}} = \sum_{\alpha = \alpha^{\ast}} A_{\alpha} A_{\alpha^{\ast}} \sum_{\substack{\beta(\alpha) = \mathbf{y}(\alpha) \\ \beta^{\ast}(\alpha^{\ast}) = \mathbf{y}^{\ast}(\alpha^{\ast})}} \langle \alpha | \} \beta_{\mathbf{y}} \rangle \langle \alpha^{\ast} | \} \beta^{\ast} \mathbf{y}^{\ast} \rangle$$

$$\left[\left\{ (\{2\beta\} \mathbf{j}_{\beta} \mathbf{t}_{\beta}, \mathbf{y} \mathbf{j}_{\mathbf{y}} \mathbf{t}_{\mathbf{y}}) \mathbf{j} \mathbf{t}_{\beta}, \mathbf{j}_{\mathbf{p}} \mathbf{t}_{\mathbf{p}} \right\} JT | |H_{int}| | \left\{ \{2\beta^{\ast}\} \mathbf{j}_{\beta^{\ast}}^{\ast} \mathbf{t}_{\beta^{\ast}}^{\ast}, \mathbf{y}^{\ast} \mathbf{j}_{\mathbf{y}^{\ast}}^{\ast} \mathbf{t}_{\mathbf{y}^{\ast}}^{\ast} \rangle \mathbf{j} \mathbf{t}, \mathbf{j}_{\mathbf{p}} \mathbf{t}_{\mathbf{p}} \right\} JT$$

Il reste, toujours par la même technique de découplage recouplage premièrement à recoupler le neutron incident au nucléon isolé de la couche externe, deuxièmement à isoler dans l'élément de matrice réduit ainsi obtenu les deux nucléons qui n'interviennent pas.

$$\frac{1 \stackrel{\text{\acute{e}tape}}{}}{1 \text{ for } \acute{e}tape}$$

$$M_{J} = \sum_{\alpha \ \alpha^{\dagger}} A_{\alpha} A_{\alpha^{\dagger}} \left\{ \sum_{\substack{\beta(\alpha) \ y(\alpha) \\ \beta^{\dagger}(\alpha^{\dagger}) \ y^{\dagger}(\alpha^{\dagger}) \\ \beta^{\dagger}(\alpha^{\dagger}) \ y^{\dagger}(\alpha^{\dagger}) }} \left\{ \sum_{\substack{\beta(\alpha) \ y(\alpha) \\ \beta^{\dagger}(\alpha^{\dagger}) \ y^{\dagger}(\alpha^{\dagger}) \\ \beta^{\dagger}(\alpha^{\dagger}) \ y^{\dagger}(\alpha^{\dagger}) } \left[\begin{array}{c} t_{\beta} \ t_{y} \ t \\ 0 \ t_{p} \ t_{p} \\ 0 \ t_{p} \ t_{p} \\ \beta^{\dagger}(t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \\ \beta^{\dagger}(t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \\ \beta^{\dagger}(t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \\ \beta^{\dagger}(t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \ t_{p} \\ \beta^{\dagger}(t_{p} \ t_{p} \\ \beta^{\dagger}(t_{p} \ t_{p} \\ \beta^{\dagger}(t_{p} \ t_{p} \ t_$$

$$\frac{2 \operatorname{cmc} \acute{e} \operatorname{tape}}{j_{\beta} \operatorname{tape}}, \operatorname{réduction} \operatorname{de} \mathbf{1}^{\circ} \acute{e} \operatorname{tement} \operatorname{de matrice} \operatorname{réduit} \operatorname{précédent} :$$

$$\begin{bmatrix} || \ || \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{j}_{\beta} \ \mathbf{j}_{\lambda} \ \mathbf{J} \\ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \\ \mathbf{j}_{\beta} \ \mathbf{j}_{\lambda} \ \mathbf{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{\beta} \ \mathbf{t}_{\lambda} \ \mathbf{T} \\ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \\ \mathbf{t}_{\beta} \ \mathbf{t}_{\lambda} \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{j}_{\beta} \ \mathbf{j}_{\lambda} \ \mathbf{J} \\ \mathbf{j}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{j}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{J} \\ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{\beta} \ \mathbf{t}_{\lambda} \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{j}_{\beta}} \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{j}_{\beta}} \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{j}_{\beta}} \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{j}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{j}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{j}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{j}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{j}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{t}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{t}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \\ \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{t}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{t}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{t}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \delta_{\mathbf{t}_{\lambda}}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \ \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\mathbf{t}_{\beta}} \mathbf{t}_{\beta}^{\circ}, \ \delta_{\mathbf{t}_{\lambda}}^{\circ}, \ \mathbf{t}_{\lambda}^{\circ}, \$$

Remarquons que bien que $j_{\beta} = j_{\beta}^{\dagger}$, $\beta \text{ et }\beta^{\dagger}$ peuvent être issues de configurations α et α^{\dagger} différentes.

Simplifications dans notre cas particulier :

y est limité à $s_{1/2}$ et $d_{5/2}$, de plus $j_p = 1/2$, $t_p = t_y = t_y^* = 1/2$ et T = 1. Comme $j_y = j_{y'}^*$, et que, à une valeur de j_y correspond une seule configuration ($j_y = 1/2$ implique $y = s_{1/2}$, $j_y = 5/2$ implique y = 5/2) on en déduit que $y = y^*$. Il en résulte que β et β^* sont telles que :

- elles portent sur des sous-couches identiques, c'est-à-dire ss , dd ou sd .
- 2) elles sont couplées à un même j_{β} et t_{β}

3) mais elles pouvent être issues de configurations α différentes . α et α ' sont donc identiques au couplage interne près, c'est-à-dire que l'on peut avoir :

 (s^3, s^3) $(d^2(01)s, d^2(01)s)$ $(d^2(10)s, d^2(10)s)$ $(d^2(01)s, d^2(10)s)$ (d^3, d^3)

En regroupant ces résultats on obtient l'expression de $M_{JT=1}$: $M_{JT} = \sum_{\alpha = \alpha^{q}} A_{\alpha} A_{\alpha^{q}} \left\{ \sum_{\substack{\beta(\alpha) \ y(\alpha) \\ \beta(\alpha') \ y(\alpha'')}} \langle \alpha^{q} | \beta_{\beta y} \rangle \langle \alpha^{q} | \beta_{\beta y} \rangle \sum_{\substack{j \ \lambda^{t} \lambda}} \frac{1}{j_{\lambda} t_{\lambda}} \begin{bmatrix} j_{\beta} \ j_{y} \ j \\ 0 \ j_{p} \ j_{p} \\ j_{\beta} \ j_{\lambda} \ J \end{bmatrix}^{2} \begin{bmatrix} t_{\beta} \ t_{y} \ t \\ 0 \ t_{p} \ t_{p} \\ t_{\beta} \ t_{\lambda} \ T \end{bmatrix}^{2} \begin{bmatrix} t_{\beta} \ t_{y} \ t \\ 0 \ t_{p} \ t_{p} \\ t_{\beta} \ t_{\lambda} \ T \end{bmatrix}^{2} \left[t_{\beta} \ t_{y} \ t \\ t_{\beta} \ t_{\lambda} \ T \end{bmatrix}^{2} \right]$ Nous pouvons écrire cette expression sous une forme différente, qui nous ramènera au calcul effectué pour le coeur

$$M_{JT=1} = \sum_{\substack{\mathbf{y} \mathbf{j}_{\lambda} \mathbf{t}_{\lambda} \\ \mathbf{j}_{\lambda} \mathbf{t}_{\lambda}}} \left[\left(\underbrace{\sum_{\substack{\alpha \in \beta(\alpha) \\ \alpha^{*} \mid \beta(\alpha^{*})}} A_{\alpha} A_{\alpha}, \langle \alpha \mid \} \beta_{y} \rangle \langle \alpha^{*} \mid \} \beta_{y} \rangle \left[\begin{array}{c} \mathbf{j}_{\beta} \mid \mathbf{j}_{y} \mid \mathbf{j} \\ \mathbf{j}_{\beta} \mid \mathbf{j}_{\lambda} \mid \mathbf{j}_{\lambda} \mid \mathbf{j} \\ \mathbf{j}_{\lambda} \mid \mathbf{j}_{\lambda} \mid$$

Posons :

$$\mathcal{A}_{\mathbf{y}\mathbf{j}_{\lambda}\mathbf{t}_{\lambda}\mathbf{J}\mathbf{T}} = \sum_{\substack{\alpha = \beta(\alpha) \\ \alpha', \beta(\alpha')}} A_{\alpha}A_{\alpha}, \langle \alpha | \}\beta \mathbf{y} \rangle \langle \alpha' | \}\beta \mathbf{y} \rangle \begin{bmatrix} \mathbf{j}_{\beta} & \mathbf{j}_{\mathbf{y}} & \mathbf{j} \\ \mathbf{0} & \mathbf{j}_{\mathbf{p}} & \mathbf{j}_{\mathbf{p}} \\ \mathbf{j}_{\beta} & \mathbf{j}_{\lambda} & \mathbf{J} \end{bmatrix}^{2} \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{\beta} & \mathbf{t}_{\mathbf{y}} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & \mathbf{t}_{\mathbf{p}} & \mathbf{t}_{\mathbf{p}} \\ \mathbf{t}_{\beta} & \mathbf{t}_{\lambda} & \mathbf{T} \end{bmatrix}^{2}$$

Nous obtenons finalement :

$$M_{JT} = \sum_{y} \sum_{j_{\lambda}t_{\lambda}} \frac{1}{j_{\lambda}t_{\lambda}} \left[(yj_{y}t_{y}, j_{p}t_{p})j_{\lambda}t_{\lambda} \right] H_{int} \left[(yj_{y}t_{y}, j_{p}t_{p})j_{\lambda}j_{\lambda}\right] \mathcal{A}_{yj_{\lambda}t_{\lambda}JT}$$

II2.4.2 - Réduction des éléments de matrice réduits à 2 corps

Nous reconnaissons en cette première formule une expression analogue à celle du coeur (18) aux facteurs & près ; j_{λ} et t_{λ} jouant le rôle de J et T, de plus il faut ajouter par rapport à l'expression du coeur le facteur multiplicatif $\frac{4}{(2j_{\lambda}+1)(2t_{\lambda}+1)}$ correspondant au fait que les couches n'étant pas remplies nous n'avons pas pu sommer sur les $2j_{\lambda}+1$ et $2t_{\lambda}+1$ nombres quantiques magnétiques m j_{λ} et m t_{λ} .

Nous donnons en appendice un tableau des configurations β possibles ainsi que la valeur du coefficient ${}^{\mathcal{A}}_{yj_{\lambda}t_{\lambda}}JT$ (cf.App VII et VIII), Finalement des expressions (19) et (21) de V^C_{LJ} et V^C_{NL} nous déduisons celles de V^E_{LJ} et V^E_{NLI} :

$$V_{LJ}^{E}(r_{p}) = \sum_{y} \sum_{j\lambda t\lambda} \left\{ \frac{1}{t_{\lambda}} \left[(a_{0}A_{t_{\lambda}0}^{+a_{T}}A_{t_{\lambda}1}) + (2j+1)(-6)(-)^{j_{\lambda}+\ell} \left\{ \begin{array}{c} j & 1/2 & j \\ 1/2 & j & 1 \end{array} \right\} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{c} 1/2 & j & \ell \\ j & 1/2 & 1 \end{array} \right\} (a_{0}A_{t_{\lambda}0}^{+a_{0}}A_{t_{\lambda}1}) \left[\begin{array}{c} \mathcal{A}_{yt_{\lambda}j\lambda} \\ \mathcal{A}_{yt_{\lambda}j\lambda} \\ \mathcal{A}_{yt_{\lambda}j\lambda} \end{array} \right] \\ W_{n\ell}^{0}(r_{p}) \qquad (22)$$

$$V_{\rm NLJ}^{\rm E}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{\rm p}) = -\sum_{\rm y} (2j+1) \sum_{\rm j\lambda} \left\{ \sum_{\rm t\lambda} (-)^{1-\rm t\lambda} \frac{1}{\rm t\lambda} \left[\left\{ j \ 1/2 \ j \\ j \ 1/2 \ \ell \end{pmatrix} \right\} (a_{\rm o}^{\rm A} t_{\lambda} 0^{+a_{\rm t}A} t_{\lambda} 1) \right] \right\} + 6 \sum_{\substack{{\rm j} = 1/2 \\ J = \lfloor j-1/2 \rfloor}}^{j+1/2} (2J+1) \left\{ j \ 1/2 \ j \\ j \ 1/2 \ J^{\rm A} \right\} \left\{ \frac{1/2 \ 1/2 \ 1}{J} \right\}^{2} (a_{\rm o}^{\rm A} t_{\lambda} 0^{+a_{\rm o}} t_{\lambda} 1) \right\} \left\{ y_{\rm j\lambda} t_{\lambda} J \right\} \times \widetilde{M}_{\rm n\ell}^{\ell}(\mathbf{r},\mathbf{r}_{\rm p}) \quad .$$

$$(23)$$

25

.

- 27 -

II.3 - Résolution de l'équation de Schroedinger

L'équation de diffusion à énergie nulle (12) présentant un terme non local important, nous avons donc du résoudre une équation intégrodifférentielle. Pour cela nous avons utilisé une méthode de discrétisation du continu spatial.

II.31 - Formulation de l'équation et forme de la solution

Comme il s'agit d'une onde S l'opérateur p^2 est :

$$-\hbar^2 \frac{1}{r_p} \frac{d^2}{dr_p^2} r_p$$

posons classiquement : $f(r_p) = r_p \phi(r_p)$ et résolvons l'équation en $f(r_p)$:

$$0 = \frac{d^2}{dr_p^2} f(r_p) - \frac{2m}{\hbar^2} V_{L,J}(r_p) f(r_p) - \frac{2m}{\hbar^2} r_p \int_0^\infty V_{NL,J}(r,r_p) f(r) r dr$$

Une fois résolue cette équation différentielle nous aurons à raccorder la solution obtenue avec son comportement asymptotique normalisé convenablement. A énergie nulle la forme asymptotique de la solution est une droite ^[5].

Nous savons que $f(r_p)$ est nulle à l'origine, celà correspond à la condition d'hermiticité de l'opérateur $p_r^{[6]}$. Lorsqu'on augmente la profondeur du potentiel, chaque fois que l'asymptote coupe l'axe des r, on lie un état. Le nombre d'états liés par le potentiel est égal au nombre de zéros de la fonction $f(r_p)$, origine exceptée. Nous reviendrons sur ce problème du nombre de noeuds au cours de la discussion.

II.32 - Méthode d'intégration

Le terme non local, étant du même ordre de grandeur que le terme local, nous n'avons donc pas pu le considérer comme un terme perturbatif. Pour résoudre cette équation intégro-différentielle nous avons discrétisé l'espa Nous obtenons ainsi une suite d'équations linéaires, chacune faisant intervenir, par l'intégrale du terme non local, la solution en tous ses points de discrétisation.

La méthode d'intégration est basée sur la relation suivante, entre les valeurs d'une fonction et de sa dérivée seconde en trois points équidistants [7]

$$f(x+h) - \frac{h^2}{12} f''(x+h) - 2f(x) - \frac{5}{6} h^2 f''(x) + f(x-h) - \frac{h^2}{12} f''(x-h) = -\frac{h^6}{240} f^{VI}(x)$$
(25)

L'équation (24) est du type :

$$f'' = V f + W (26)$$

En remplaçant dans (25) (dans laquelle on néglige le second membre) f" par sa valeur donnée par (26) nous obtenons une équation liant la fonction f en ses différents points de discrétisation. Explicitons ces relations : nous considérons N points suivant la notation suivante :

$$r = 0 \quad h \qquad (N-1) \quad h$$

$$i = 1 \quad 2 \qquad N$$

$$f_{i} = f(x) \quad \text{avec} \quad x = (i-1) \quad h \quad .$$

L'intégrale du terme non local est exprimée par la méthode des trapèzes. Nous obtenons finalement le système d'équations linéaires suivant :

$$f_{1} = 0$$

$$(1 - \frac{h^{2}}{12} V_{i-1}) f_{i-1} - (2 + \frac{5}{6} h^{2} V_{i}) f_{i} + (1 - \frac{h^{2}}{12}) f_{i+1}$$

$$- \frac{h^{2}}{12} \left\{ \sum_{j=2}^{N-1} (W_{i-1,j}^{j+10W_{i,j}^{j}+W_{i+1,j}^{j}}) f_{j}^{j} + \frac{1}{2} (W_{i-1,N}^{j} + \frac{10W_{i,N}^{j}}{10W_{i,N}^{j}} + W_{i+1,N}) f_{N} \right\} = 0 (27)$$

$$2 \leq i \leq N-1$$

$$W_{i-i} = \frac{2m}{2} r_{n-1} V_{NV-1} (r_{i}, r_{n}) + r_{i-1}$$

$$r_{p} = (i - 1) h r = (j-1) h$$

C'est un système de N-2 équations, il y a N-1 inconnues : les valeurs de f pour i=2,...,N ($f_1=0$). La méthode va consister à choisir arbitrairement l'une des valeurs par exemple $f_N = c$. La valeur de c sera fixée par la condition de raccordement.

Pour résoudre l'équation matricielle du type AX=B nous avons utilisé la méthode de Choleski^[8] qui consiste en une factorisation de A en deux matrices triangulaires, l'une supérieure l'autre inférieure.

II.33 - Normalisation et raccordement avec le comportement asymptotique

En raison du caractère linéaire des équations : $f_i(c)=c f_i(1)$; c étant la valeur arbitraire de f_N . Nous normalisons la solution de façon que l'asymptote coupe l'axe des ordonnées au point 1. Nous sommes allés suffisamment loin en dehors du puits de potentiel (cf. II.35) pour supposer que la solution obtenue présente, pour les points voisins de i=N , un caractère linéaire ; nous écrivons alors que la droite passant par les points (N, f_N) (N-1, f_{N-1}) coupe l'axe des coordonnées au point 1. On en déduit la valeur de c

$$c = \frac{1}{(N-1) f_{N-1}(1) - (N-2)}$$
 (28)

Nous obtenons donc finalement la solution normalisée :

$$f_1 = 0$$
 $f_i = c f_i(1)$ $f_N = c$ (29)

II.34 - Expression des résultats du problème

On résoud dans les deux cas J=0 et J=1. En raison du choix de la normalisation la longueur de diffusion s'obtient par l'abscisse du point où l'asymptote (c'est-à-dire pratiquement la fonction elle-même) coupe l'axe des r^[9]. Ob obtient ainsi $a_{o=J}$ et $a_{1=J}$ et par suite A et B définis en (3) :

$$a = \frac{1}{\alpha} = \frac{h[(N-2) - (N-1) f_{N-1}(1)]}{1 - f_{N-1}(1)}$$

$$A = \frac{3a_{+} + a_{-}}{4}$$
$$B = a_{+} - a_{-}$$

- 31 -

Nous donnerons les sections efficaces de diffusion cohérente et totale (1) et (2) et la valeur d'un potentiel local équivalent calculé à partir de l'expression^[10]:

$$v_{J}(r_{p}) = \frac{1}{f(r_{p})} r_{p} \int_{0}^{+\infty} V_{NL,J}^{c}(r,r_{p}) f(r) r dr$$
, (30)

ce potentiel présente une singularité aux zéros de f.

II.35 - Technique de calcul

Faisons uniquement quelques remarques :

- L'intégrale de la partie radiale du terme direct (15) a été effectuée par la méthode de Laguerre Gauss^[11].
- 2) La méthode d'intégration de l'équation différentielle converge rapidement. Nous résolvons jusqu'à une distance de 10 Fermis (le rayon moyen du F¹⁹ dans son état fondamental est environ 3,5 Fermis). Nous avons constaté, par comparaison avec la résolution pour N=100, qu'à partir de N=50 (pas h=0,2f) la précision est bonne compte tenu des opérations effectuées.
- 3) La programmation du calcul a été réalisée en Fortran et l'exécution en double précision a eu lieu sur un calculateur IBM 360 91.

III - RESULTATS

III.1 - Généralités

Afin de discuter la dépendance de l'amplitude spin-spin en fonction du caractère d'échange des forces effectives à deux corps, limitées ici à un potentiel central, nous avons utilisé les quatres mélanges donnés dans le tableau 1.

La force de Serber a été choisie comme étant la plus simple qui rende compte de certaines données de la diffusion nucléon-nucléon. Correspondant à un autre point de vue, "Spec 1" est une force dont les paramètres ont été ajustés pour reproduire les données spectroscopiques. Les valeurs des rapports :

$$\frac{V_{x}^{S=1 T=0}}{V_{x}^{S=0 T=1}} = 1,2 \qquad \frac{V_{x}^{S=1 T=1}}{V_{x}^{S=0 T=1}} = -0,4$$

sont celles que l'on trouve dans la plupart des forces effectives. Le premier rapport exprime la prépondérance de la force triplet paire sur la force singulet paire. Une telle valeur de ce rapport conduit, en particulier, à une bonne représentation des états vibrationnels dans les noyaux à simple couche fermée dans un schéma d'excitations à deux quasi-particules et particule -trous.

La valeur du deuxième rapport est obtenue à partir de l'interprétation des résultats spectroscopiques pour les noyaux légers dans le cadre du modèle en couches.

La force singlet impair ($V^{S=0 T=0}$) n'est pas bien déterminée. En effet les données expérimentales y sont presque insensibles car elles agissent seulement dans les états de moment orbital relatif L impair avec un faible poids statistique en spin et isospin. Aussi nous avons fait varier ce terme depuis la valeur généralement adoptée de - 0,8 jusqu'à + 0,8.

III.2 - Influence de la profondeur du puits, potentiel local équivalent

Les valeurs de la profondeur V_o , données dans le tableau l sont celles qui permettent d'obtenir la section efficace cohérente expérimentale de 3.8 Barns. Cette prescription ne détermine pas V_i de façon unique car la fonction d'onde à la surface du noyau est une fonction périodique de la profondeur du potentiel. Expérimentalement l'état ls est lié, aussi nous avons choisi V_o de façon à avoir des fonctions d'onde de diffusion $r\phi_{(r)}$ dans les états J=0 et J=1 qui ont simultanément deux noeuds.

Les valeurs de la profondeur obtenues pour la force de Serber (-31MeV) et pour la force effective "Spec 1" (-39MeV) sont en bon accord avec les valeurs habituellement adoptées. En particulier pour "Spec 1" cette profondeur correspond à celle obtenue par l'analyse de tous les noyaux à simple couche fermée par la méthode de 1' "Inverse Gap Equation" ^[12].

Pour le mélange de Rosenfeld on obtient une profondeur plus importante de -58MeV. En effet la définition des paramètres de ce mélange, avec $a_0 = 0$, donne une contribution nulle pour le potentiel local créé par le coeur (20). La force de Brink et Boeker^[13] est la somme de deux mélanges du type (13), l'un étant attractif à longue portée et l'autre répulsif à courte portée (respectivement a) et b) dans le tableau l). La profondeur obtenue est tout à fait en accord avec celle proposée par les auteurs.

Dans tous les cas, le potentiel obtenu pour J=0 est moins profond que pour J=1; par suite a est supérieur à a_+ et on prévoit une valeur du rapport B/A (3) négative.

Pour montrer la forme d'un potentiel central nucléaire, obtenu à partir d'un calcul microscopique, nous avons représenté le potentiel local équivalent (30) pour la force Brink et "Spec 1". Les singularités autour de 2 et 6 fermis correspondent aux noeuds de la fonction d'onde (Fig.2). Ces deux potentiels sont très semblables. La profoneur total de ce puits est au centre de 40 à 60 MeV alors que la contribution du potentiel local est seulement de 20 à 30 MeV. Les effets d'échange apparaissent donc comme très important. Ces potentiels, pour une particule non liée, présentent ainsi les mêmes caractéristiques que les potentiels du modèle en couche, obtenus pour des particules liées dans un calcul Hartree-Fock. Comme la porfondeur de la force est ajustée de façon à rendre compte de la section efficace de diffusion cohérente, compensant ainsi les insuffisances de la description dans le cadre du modèle en couche, il est important d' avoir une estimation de la sensibilité des résultats aux variations de la profondeur. C'est ce que nous avons représenté à la Fig.3 en traçant le rapport B/A et σ_{coh} en fonction de V pour la force de "Spec 1". Pour une variation de \pm 5 MeV de part et d'autre de la valeur correcte de -39 MeV, nous obtenons les résultats suivants :

 $V_{o} = -39 \pm 5 \text{ MeV} \implies B/A = -22,8\% \pm 20\% \sigma_{coh} = 3,8 \pm 1,7 \text{ Barns.}$

III.3 - Variation des paramètres du mélange

Nous voulons maintenant étudier les effets de la valeur des paramètres du mélange de la force. La force singlet impair ($V^{S=0 T=0}$) étant mal déterminée, nous avons fait varier ce paramètre en gardant pour les autres termes du mélange ceux de la force "Spec 1". Ces variations gardent W+M et B+M constant. V_o est choisie de façon à obtenir la section efficace cohérente expérimentale de 3,8 Barns. Les résultats sont donnés dans le tableau 2. Le rapport B/A est pratiquement constant pour les mélanges de Serber et les 3 forces "Spec". Les forces de Rosenfeld et de Brink-Bocker donnent une valeur plus faible pour ce rapport.

IV - CONCLUSION

Dans ce travail nous avons montré que la diffusion de neutrons thermiques lorsqu'il n'y a pas de résonance près du seuil peut être correctement décrite dans le cadre du modèle en couche en utilisant une force à deux corps. Nous avons rendu compte des valeurs expérimentales des sections efficaces totales et cohérentes ainsi que du rapport de l'amplitude spin-spin B à l'amplitude indépendante du spin A en ayant supposé d'une part que l'état fondamental du ¹⁹F, décrit par une fonction d'onde du modèle en couches, n'était pas perturbé par le neutron incident et d'autre part que la force à deux corps était centrale. Sous ces hypothèses, nous avons résolu exactement l'équation de Schroedinger dans laquelle le potentiel nucléaire présente un très important terme non local. En fait, malgrés l'importance de la non localité du potentiel la solution dépend peu des paramètres de mélange de la force. Pour différents mélanges nous avons obtenus la même valeur du rapport B/A ; la profondeur V étant déterminée de façon à reproduire les valeurs expérimentales des sections efficaces totale et cohérente. Ainsi B/A est pratiquement indépendant du rapport $V^{S=0} T=0 / V^{S=1} T=0$ ce rapport étant également indéterminé par les analyses spectroscopiques effectuées dans le cadre du modèle en couche.

Comme un développement naturel à ce travail, nous nous proposons d'étudier par la suite, les effets de la force tenseur et spin-orbite ainsi que de la perturbation de la cible par le neutron incident. Ces deux effets peuvent jouer un rôle important dans la déterminantion des amplitudes A et B. Leur introduction entraîne cependant un accroissement important de la complexité des calculs.

			-			Construction of the second sec		and the second s		
orce	V _O (MeV)	H(Fermi)	V ^{SIIO} TIO	V ^{S=O} T=1	V ^{S=1} T=0	V ^{S=1} T=1	о w	d b	d B	a B
Serber	- 31	1.40	0		щ	0	0,375	- 0.125	- 0.125	- 0.125
Spac 1[15]	1	1.48	8°0	0°.0	rI	- 0.32	0.208	- 0.197	- 0.248	- 0°083
Spec 2	1 42	1.48	0	8°.0	-	1 0.32	0.157	- 0.147	- 0.197	1 0.132
s pec	- 44	1°48	α Ο Ι	о О	rud	- 0.32	. 0, 107	- 0.098	- 0.147	- 0.182
Rosenfeld	ເດ ເບິ t	1.48	-1.77	S.O	-4	- 0.33	0	0	1	0 1
Brink ^[12] a)	- 110 400	1.48 0.7	0 0	स्त ल	न्न न्न	00	0.375 1.625	- 0.125 0.125	- 0.125 0.125	- 0.125 0.125
	i			•						

Tableau 1

Les valeurs de V_O sont celles qui permettent d'obtenir, quand cela est possible, la valeur expérimentale de 3.8 Barns pour la section efficace cohérente.

. - 36 - <u>Tableau 2</u>

Force	o- coh	otot	в/А	a +	a
Serber	3,83	3.87	-24.9%	5.17	6,55
Spec 1	3,88	3,92	-22.8%	5,24	6.51
Spec 2	3.78	3,82	21.8%	5.19	6.38
Spec 3	3.92	3,96	-22.9%	5,27	6,55
Rosenfeld	3.79	3,80	~12.8%	5.31	6.0
Brink	3,88	3,90	-13.1%	5,38	6.12
_{Exp.} [7]	3.8 . 0.2	4.3:0.3	-	Þ.	

Les expériences actuelles donnent uniquement la valeur absolue du rapport B/A .



FIGURE 1



